

Modelo SEIR para el Coronavirus Covid-19

David Aleja*, Regino Criado y Miguel Romance

*Laboratorio de Computación Matemática en Redes Complejas y sus Aplicaciones
Departamento de Matemática Aplicada, Ciencia e Ingeniería de los Materiales y Tecnología Electrónica, Universidad Rey
Juan Carlos, C/Tulipán s/n, Móstoles 28933 (Madrid), Spain
Data, Complex Networks and Cybersecurity Research Institute, Pl. Manuel Becerra 14, 28028 Madrid (Spain)*

9 de abril de 2020

1. Introducción

Uno de los modelos más usados en el estudio de epidemias es el denominado modelo SIR que fue propuesto en [7] por W. O. Kermarck y A. G. McKendrick en 1927. Como ampliación de este modelo tenemos el modelo SEIR [5, 6], el cual utilizaremos para este informe.

Dada una población de tamaño fijo N en la que se ha desatado una epidemia que se propaga mediante contagio en un tiempo t (medido en días) los individuos pueden estar en tres estados distintos:

- Susceptibles $S(t)$: número de individuos que pueden contraer la enfermedad.
- Infectados $I(t)$: número de contagiados que infectan β individuos cada día.
- Recuperados $R(t)$: número de individuos que han superado la enfermedad o han muerto.

Considerando t_I el tiempo que un individuo está en la fase de infectados, es decir, la tasa de recuperación es $\gamma := 1/t_I$, t_0 el tiempo de inicio del estudio y $t_0 + T$ el tiempo final, tenemos el modelo SIR:

$$\begin{cases} S'(t) = -\beta I(t)S(t)/N, & t_0 < t \leq t_0 + T, \\ I'(t) = \beta I(t)S(t)/N - \gamma I(t), \\ R'(t) = \gamma I(t), \\ S(t_0) = S_0, \quad I(t_0) = I_0, \quad R(t_0) = R_0, \end{cases}$$

donde S_0 , I_0 y R_0 son los datos iniciales a tiempo t_0 . El origen de este modelo viene motivado por el comportamiento logístico de los infectados [7]. Si suponemos $\gamma=0$, es decir, los individuos nunca se recuperan de la enfermedad, obtenemos el modelo logístico:

$$I' = \beta I \frac{S}{N} = \beta I \frac{N - I}{N} = \beta I \left(1 - \frac{I}{N}\right).$$

Sin embargo, si $\gamma > 0$, los infectados se pueden recuperar y por lo tanto dejan de infectar.

Una vez presentado el modelo SIR, observamos que no se adapta bien al comportamiento de la epidemia del coronavirus ya que esta enfermedad cuenta con un periodo de incubación. Como solución, introducimos un nuevo estado:

- Expuestos $E(t)$: número de individuos que han sido infectados pero no pueden infectar,

*E-mail addresses: david.aleja@urjc.es.

y suponemos que un individuo se encuentra t_E en este estado. Esto nos lleva al modelo SEIR:

$$\begin{cases} S'(t) = -\beta I(t)S(t)/N, & t_0 < t \leq t_0 + T, \\ E'(t) = \beta I(t)S(t)/N - \sigma E(t), \\ I'(t) = \sigma E(t) - \gamma I(t), \\ R'(t) = \gamma I(t), \\ S(t_0) = S_0, \quad E(t_0) = E_0, \quad I(t_0) = I_0, \quad R(t_0) = R_0, \end{cases} \quad (1.1)$$

donde el parámetro $\sigma := 1/t_E$ es la tasa de incubación de la enfermedad y S_0, E_0, I_0 y R_0 son los datos iniciales a tiempo t_0 . También, otro parámetro muy importante en epidemias es la tasa de básica de reproducción [2, 6], denotada por R_0 . Esta tasa representa el número de nuevos contagios producidos por un solo infectado a lo largo de su etapa de infectado, es decir,

$$R_0 = \frac{\beta}{\gamma} = \beta t_I.$$

Uno de los más recientes estudios sobre el modelo SEIR aplicado a esta enfermedad es el realizado por José Manuel Gutiérrez y Juan Luis Varona [4]. Ellos han localizado diversos trabajos sobre la enfermedad y mencionan que los parámetros “válidos” son:

$$t_E = 7, \quad t_I = 5, \quad \text{y} \quad 2,68 \leq R_0 \leq 8,4. \quad (1.2)$$

Por otro lado, otro punto importante a considerar en el modelo es el confinamiento producido el 15 de marzo de 2020. Debido a las medidas de contención (protección y aislamiento), el parámetro β puede cambiar en el tiempo. Para ello, introducimos un nuevo parámetro $\alpha \in [0, 1]$ que representará el confinamiento. Este aparecerá multiplicando a β el día t_α que se aplique dichas medidas. Por lo tanto, si solo se aplica una vez, la nueva tasa básica de reproducción para $t \in [t_\alpha, T]$ quedaría como

$$R_0(\alpha) := \beta_\alpha t_I \quad \text{donde} \quad \beta_\alpha := \alpha \beta.$$

El objetivo de este trabajo es comparar el modelo SEIR con los datos reales disponibles de la propagación del coronavirus Covid-19 en España. En concreto, vamos a utilizar como variable de estudio el número de fallecidos:

- Fallecidos $F(t)$: número de individuos que no han superado la enfermedad,

la cual está relacionada con el número de recuperados por medio de la tasa de mortalidad, τ , en el sentido

$$F(t) := \tau R(t).$$

Creemos que esta variable puede ser más significativa que el número de infectados, pero nos surge el problema de no conocer la tasa de mortalidad. Los datos reales se pueden descargar en [10]. En concreto, utilizamos el número de fallecidos entre el 8 de marzo al 3 de abril (ambos incluidos), es decir,

$$t_0 = 7 \text{ de marzo de } 2020 \quad \text{y} \quad t_\alpha = 3 \text{ de abril de } 2020 = t_0 + 27. \quad (1.3)$$

El gran inconveniente de este tipo de trabajo es el desconocimiento de una gran cantidad de parámetros. Aún fijando los parámetros de (1.2) y (1.3), no conocemos α, τ y los datos iniciales. Por lo tanto, planteamos el estudio variando los parámetros en un determinado rango y vemos que valores minimizan el siguiente error relativo ponderado

$$\text{Error} = \frac{1}{378} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+27} \left| \frac{F(t) - F_t}{F(t)} \right| (t - t_0), \quad (1.4)$$

donde F_t son los datos reales de fallecidos para el día t y $378 = \sum_{t=1}^{27} t$. Creemos que los últimos valores son más significativos que los primeros por lo que hemos decidido tomar el error ponderado. Posteriores estudios pueden ser considerados con diferentes ponderaciones.

En la siguiente Sección 2, damos las simulaciones obtenidas para España, las 17 Comunidades Autónomas, Ceuta y Melilla. Dado un número de infectados iniciales, I_0 , consideramos

$$E_0 = \beta t_E I_0, \quad R_0 = 0, \quad S_0 = N - I_0 - E_0 - R_0, \quad \text{y} \quad T = 100,$$

y (1.3). Además, suponemos que el resto de parámetros varían de la siguiente forma:

- $t_I \in [2, 8]$ con paso 1.
- $t_E + t_I \in [9, 15]$ con paso 1.
- $R_0 \in [2, 9]$ con paso 0,5.
- $\alpha \in (0, 1]$ con paso 0,1.
- $\tau \in (0, 0,1]$ con paso 0,01.

Cada simulación está compuesta por dos experimentos:

- **Experimento 1:** Calculamos que parámetros minimizan el error (1.4). Además, con estos parámetros, proporcionamos una figura con el número de infectados y fallecidos junto con los datos reales de los fallecidos.
- **Experimento 2:** Damos una tabla considerando distintas situaciones según el error. Calculamos el número de casos que tienen error $< \varepsilon$ y obtenemos $F(100)$ para cada caso. Consecuentemente, conseguimos el mínimo número de fallecidos, el máximo número de fallecidos y la media de fallecidos para el conjunto de parámetros que tienen un error $< \varepsilon$.

En la Sección 3, damos un resumen del Experimento 2 añadiendo además la suma del mínimo, del máximo y de la media de fallecidos de todas las comunidades para así poder compararlo con los resultados de España.

Debido a que todos los parámetros están medidos en días, creemos que es conveniente que la variación sea discreta, con lo que utilizaremos de paso numérico $h = 1$ para resolver (1.1). Aún así, obviando el tiempo de ejecución, todas las simulaciones son fáciles de adaptar para h pequeño. El código es compilado en Python 3.7 en un ordenador de 16GB RAM con un tiempo de ejecución de aproximadamente media hora para cada simulación.

Finalmente, señalar que los datos que figuran en este informe están muy por encima de la realidad: En [1] se describe el ajuste y re-escalado realizado a los datos dados por el modelo SEIR optimizado, de manera que se ajusten los valores dados por el predictor a los datos reales.

2. Simulaciones

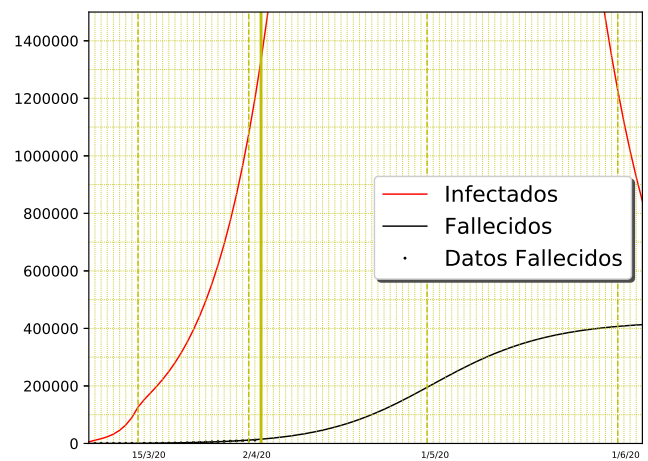
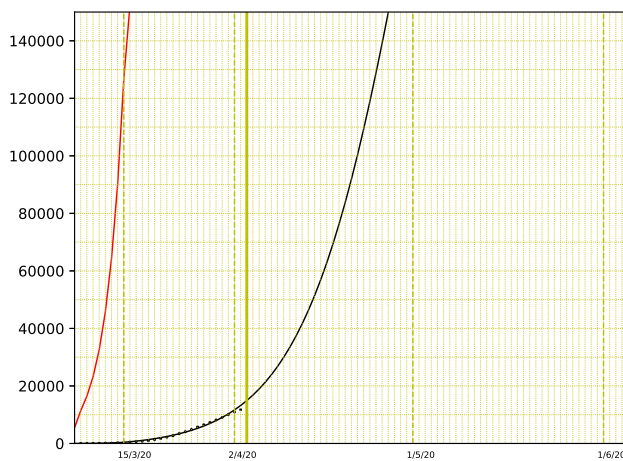
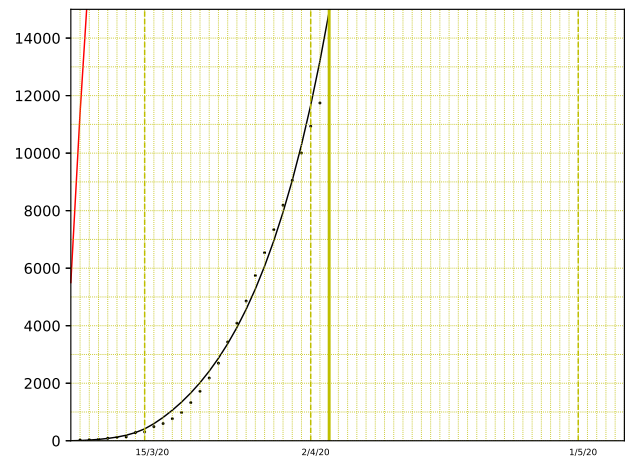
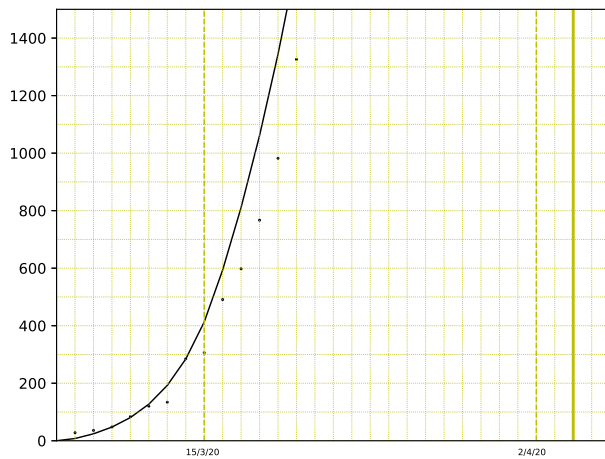
2.1. España

El número de personas en España es $N = 47,026,208$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es de 1006 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 10000]$ con paso 100.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,1 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 7, \quad t_E = 3, \quad R_0 = 8,5, \quad I_0 = 5500, \quad \alpha = 0,3 \quad \text{y} \quad \tau = 0,01.$$



Experimento 2

ε	Nº Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.30	434293.0	23380.341970	4.699759e+06	1.466945e+06
0.25	263515.0	109679.548212	4.697640e+06	1.632180e+06
0.20	136872.0	237154.432831	4.690182e+06	1.723250e+06
0.15	28484.0	313586.172455	4.664876e+06	1.578013e+06

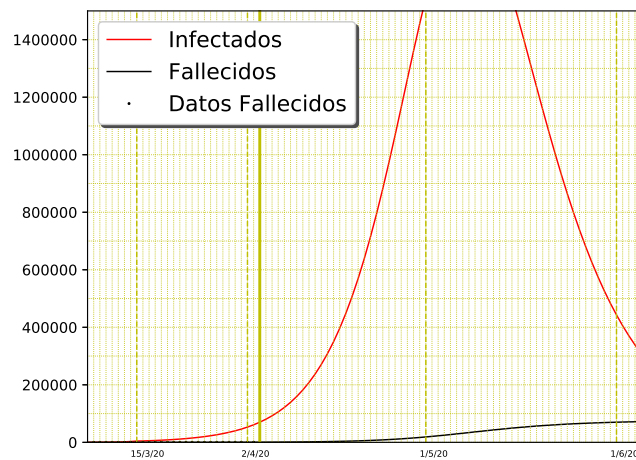
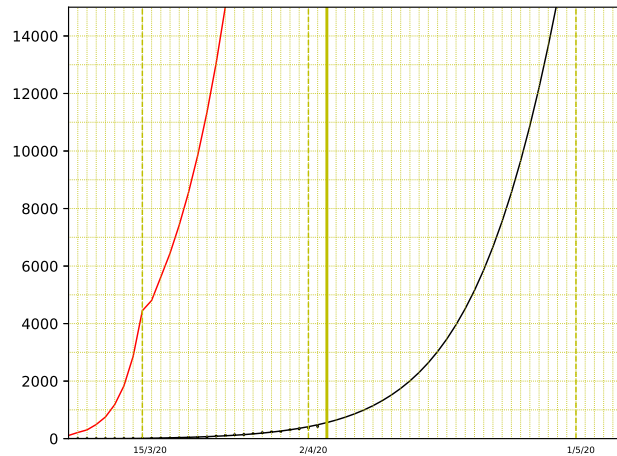
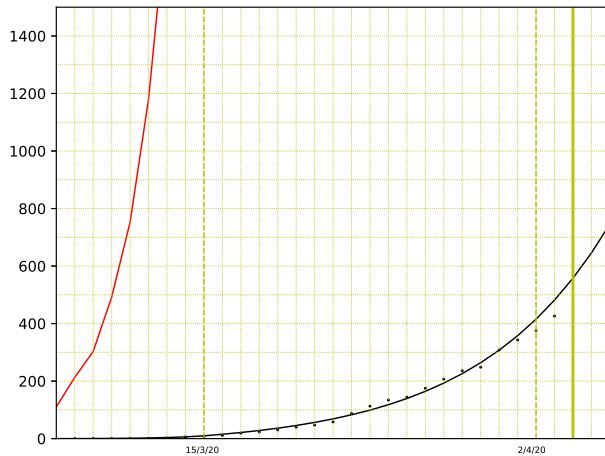
2.2. Andalucía (AN)

El número de personas en Andalucía es $N = 8,414,240$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es mayor que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 1000]$ con paso 10.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,13 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 8, \quad t_E = 1, \quad R_0 = 8,5, \quad I_0 = 110, \quad \alpha = 0,3 \quad \text{y} \quad \tau = 0,01.$$



Experimento 2

ε	Nº Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.30	126155.0	8697.742976	840170.690223	205998.491268
0.25	62518.0	28425.143991	838465.875407	239898.364825
0.20	21671.0	60313.686073	831737.079923	259059.635871
0.15	96.0	71709.399133	717905.474130	247141.346888

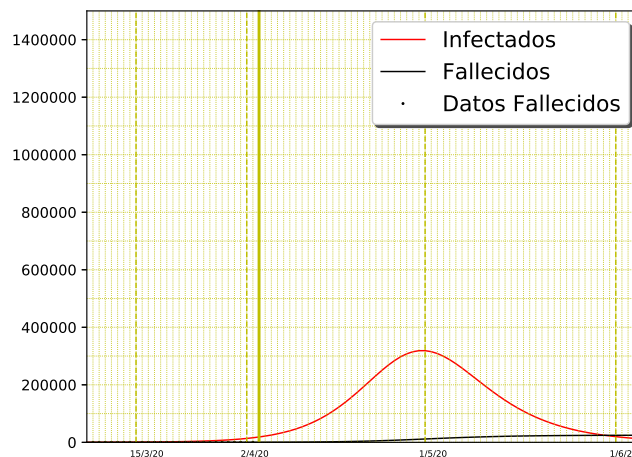
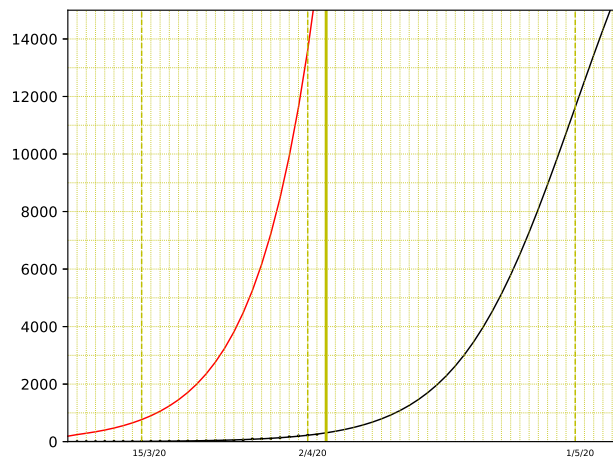
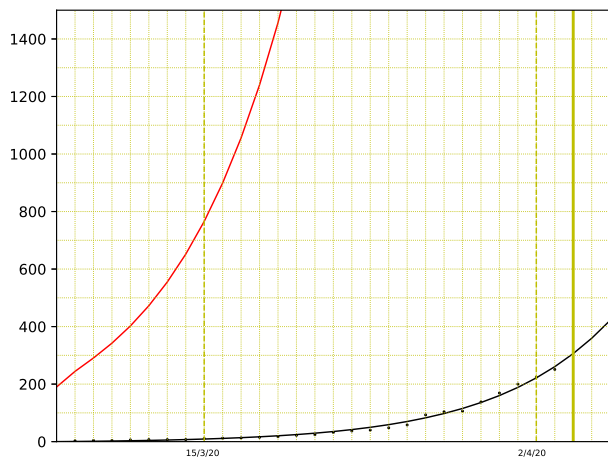
2.3. Aragón (AR)

El número de personas en Aragón es $N = 1,319,291$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es mayor que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 1000]$ con paso 10.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,14 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 7, \quad t_E = 2, \quad R_0 = 3, \quad I_0 = 190, \quad \alpha = 1 \quad \text{y} \quad \tau = 0,02.$$



Experimento 2

ε	Nº Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.30	53580.0	7619.813950	131048.352504	37151.969222
0.25	20818.0	10394.325961	130865.385625	40928.131911
0.20	4693.0	11492.321922	130299.046365	43363.198998
0.15	42.0	12416.253457	127563.544538	50320.538417

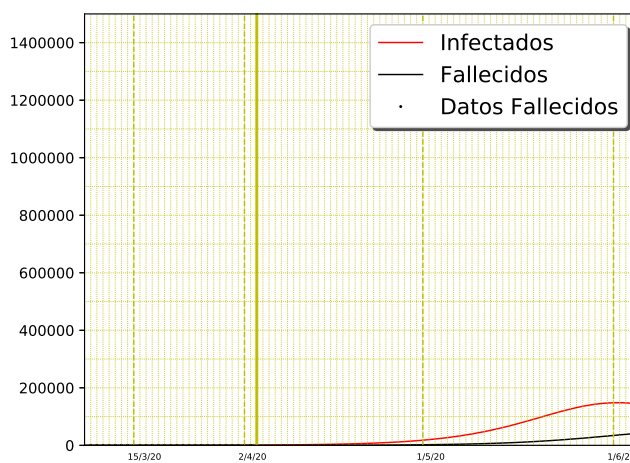
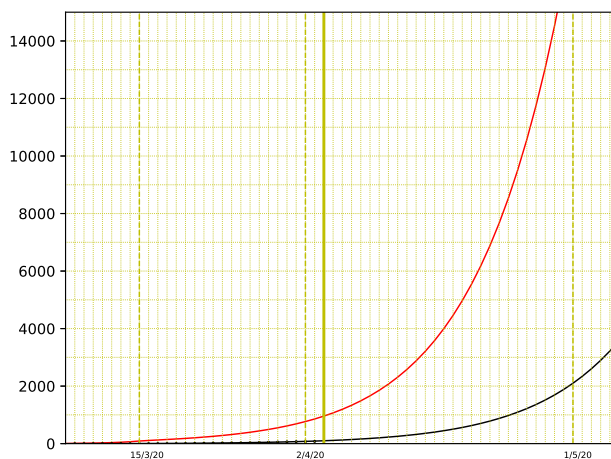
2.4. Asturias (AS)

El número de personas en Asturias es $N = 1,022,800$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es menor o igual que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 100]$ con paso 1.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,22 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 6, \quad t_E = 5, \quad R_0 = 9, \quad I_0 = 4, \quad \alpha = 0,3 \quad \text{y} \quad \tau = 0,08.$$



Experimento 2

ε	Nº Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.30	127171.0	1635.275411	101799.857766	28918.698727
0.25	12747.0	5463.566054	98256.309350	28154.753192

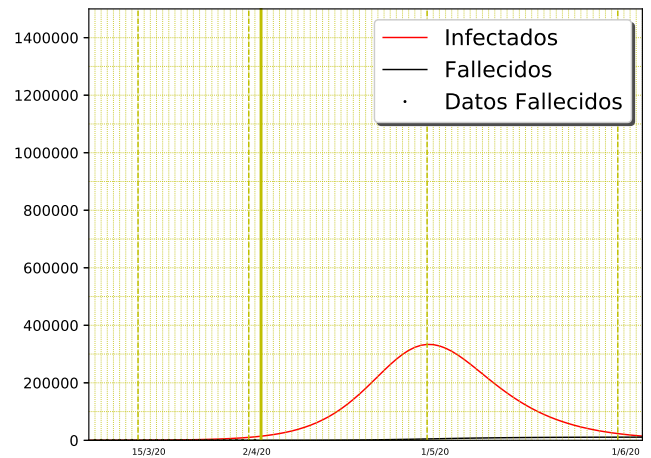
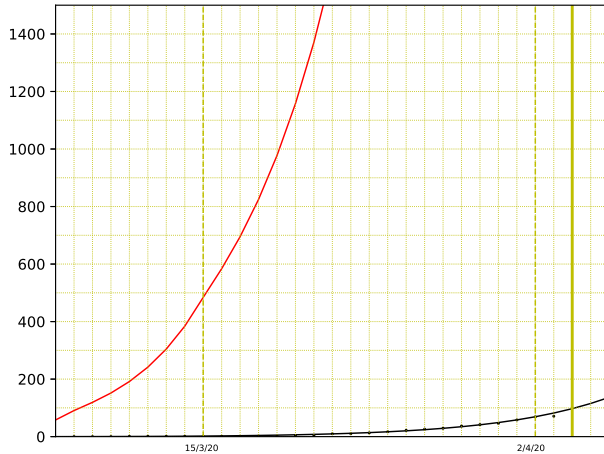
2.5. Islas Baleares (IB)

El número de personas en Islas Baleares es $N = 1,149,460$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es menor o igual a 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 100]$ con paso 1.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,18 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 8, \quad t_E = 3, \quad R_0 = 5,5, \quad I_0 = 58, \quad \alpha = 0,7 \quad \text{y} \quad \tau = 0,01.$$



Experimento 2

ε	Nº Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.30	91968.0	7157.206935	114766.213655	36436.605511
0.25	39463.0	9812.421177	114529.258068	37857.088004
0.20	5751.0	10467.055522	113519.573515	37809.560100

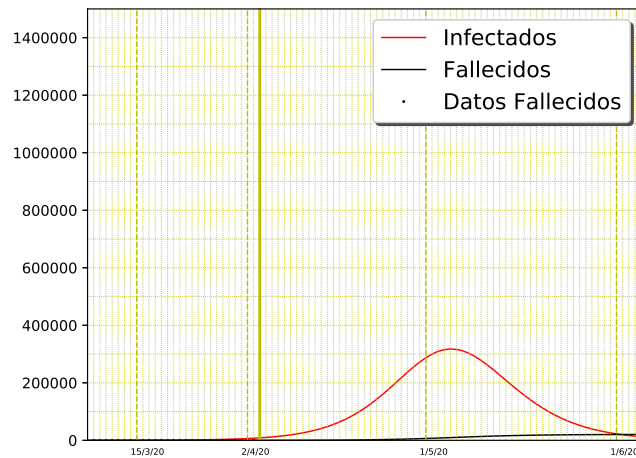
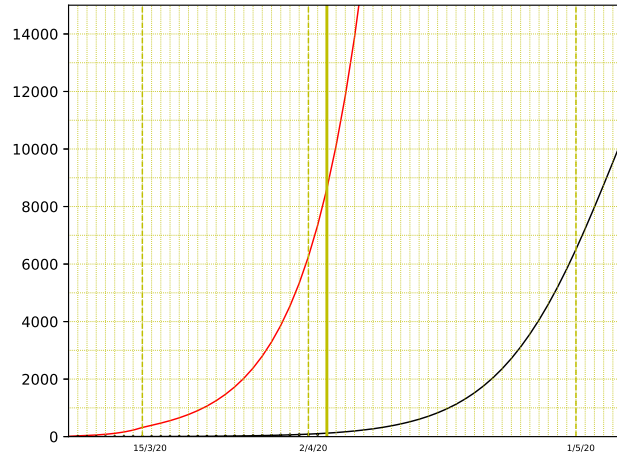
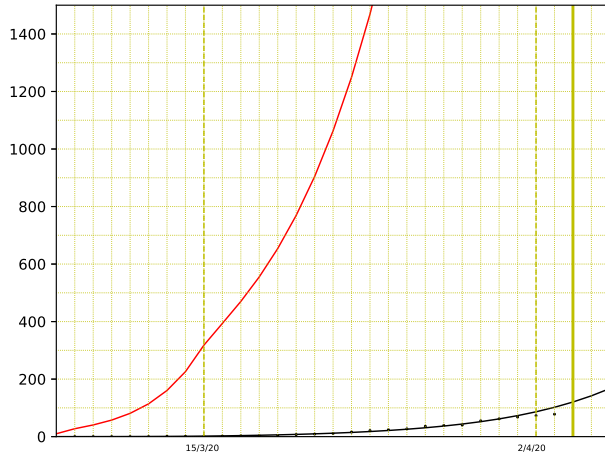
2.6. Canarias (CN)

El número de personas en Canarias es $N = 2,153,389$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es mayor que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 1000]$ con paso 10.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,17 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 4, \quad t_E = 5, \quad R_0 = 8, \quad I_0 = 10, \quad \alpha = 0,4 \quad \text{y} \quad \tau = 0,01.$$



Experimento 2

ε	Nº Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.30	18756.0	3895.516367	212170.971529	48662.755045
0.25	7990.0	9820.186170	210222.830374	56397.514640
0.20	856.0	18102.931081	196762.977341	50302.947495

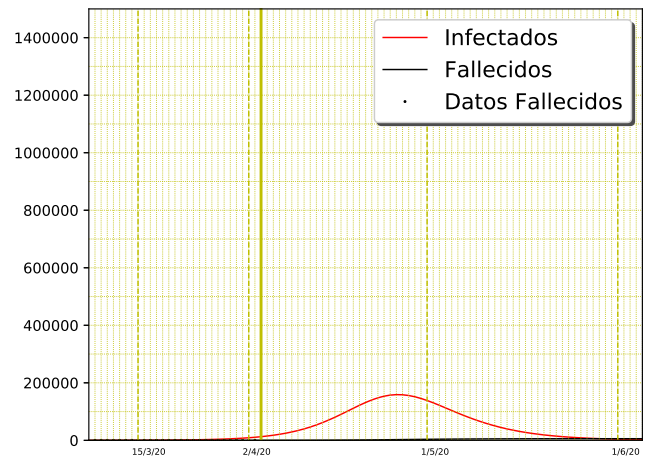
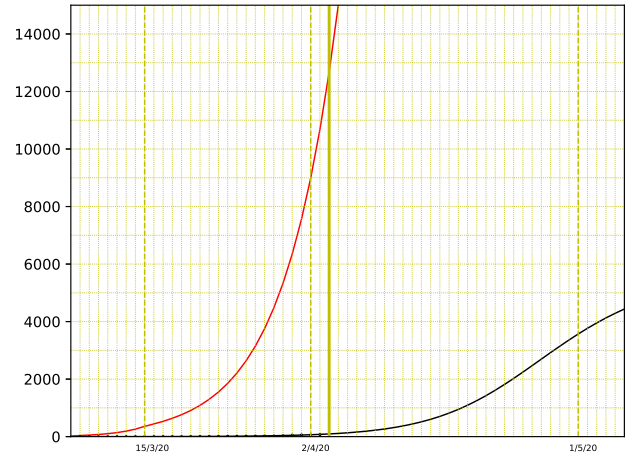
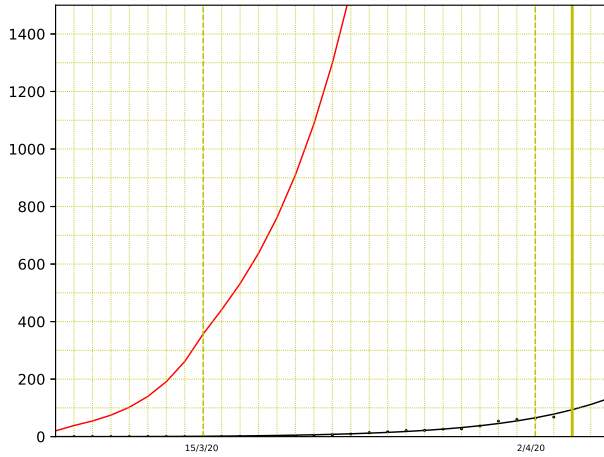
2.7. Cantabria (CB)

El número de personas en Cantabria es $N = 581,078$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es mayor que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 1000]$ con paso 10.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,28 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 7, \quad t_E = 3, \quad R_0 = 7,5, \quad I_0 = 20, \quad \alpha = 0,5 \quad \text{y} \quad \tau = 0,01.$$



Experimento 2

ε	Nº Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.3	582.0	5351.197224	54105.156388	12184.181757

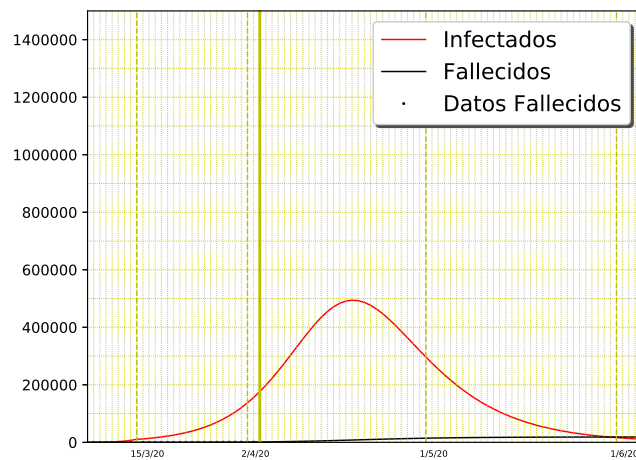
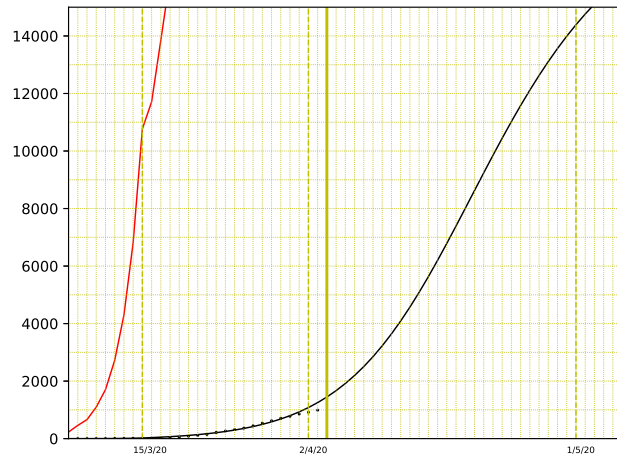
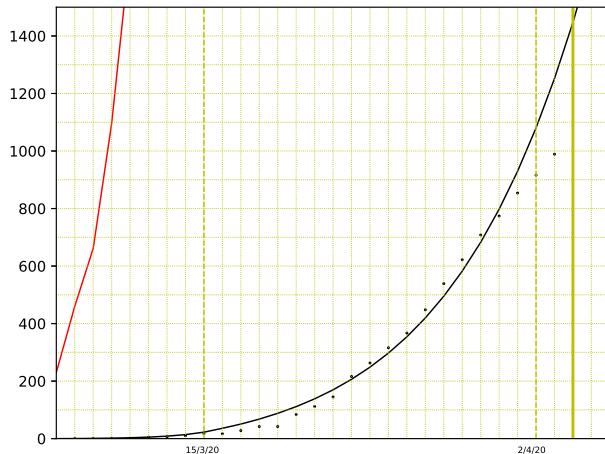
2.8. Castilla-La Mancha (CM)

El número de personas en Castilla-La Mancha es $N = 2,032,863$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es mayor que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 1000]$ con paso 10.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,16 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 8, \quad t_E = 1, \quad R_0 = 9, \quad I_0 = 203, \quad \alpha = 0,3 \quad \text{y} \quad \tau = 0,01.$$



Experimento 2

ε	Nº Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.30	200597.0	11254.789683	203228.859230	72782.578466
0.25	82643.0	14261.576073	203115.596860	71500.863583
0.20	1502.0	17323.007447	197494.204531	56198.676479

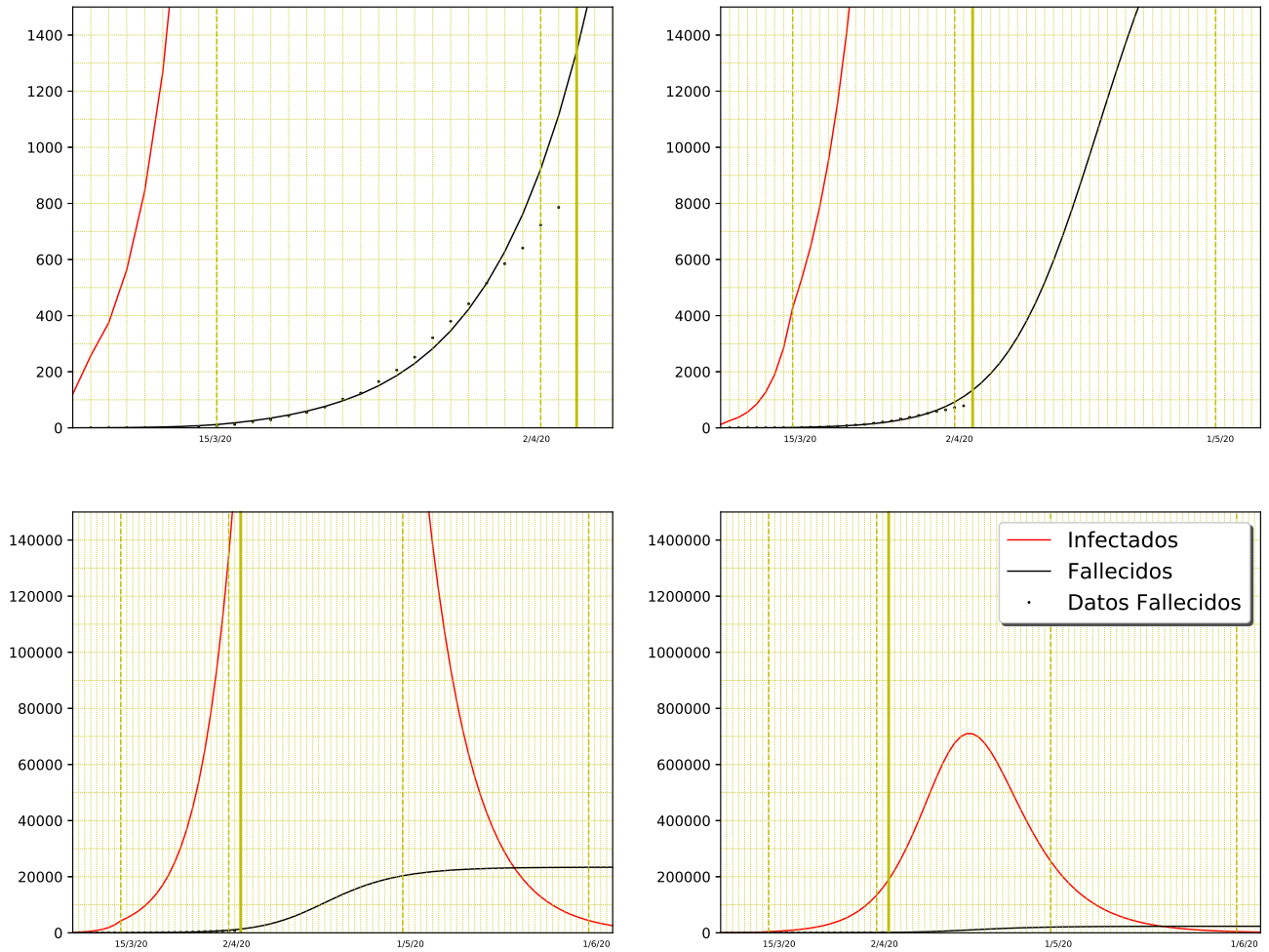
2.9. Castilla y León (CL)

El número de personas en Castilla y León es $N = 2,399,548$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es mayor que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 1000]$ con paso 10.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,17 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 7, \quad t_E = 2, \quad R_0 = 9, \quad I_0 = 120, \quad \alpha = 0,4 \quad \text{y} \quad \tau = 0,01.$$



Experimento 2

ε	Nº Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.30	109010.0	18044.044311	239879.651375	82205.080716
0.25	45876.0	20330.537459	239755.723494	80862.371580
0.20	1111.0	22057.829388	238554.885481	65556.534085

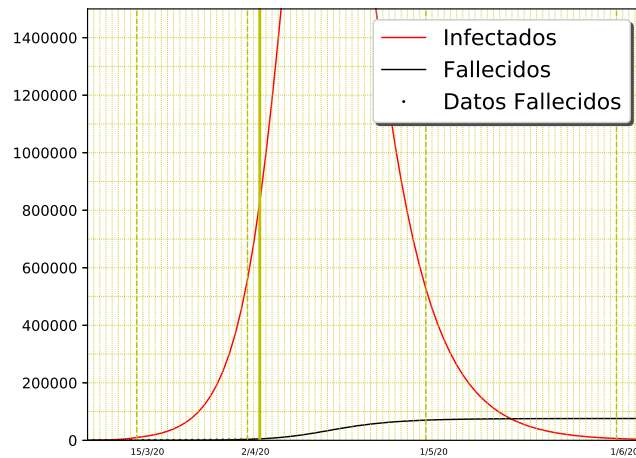
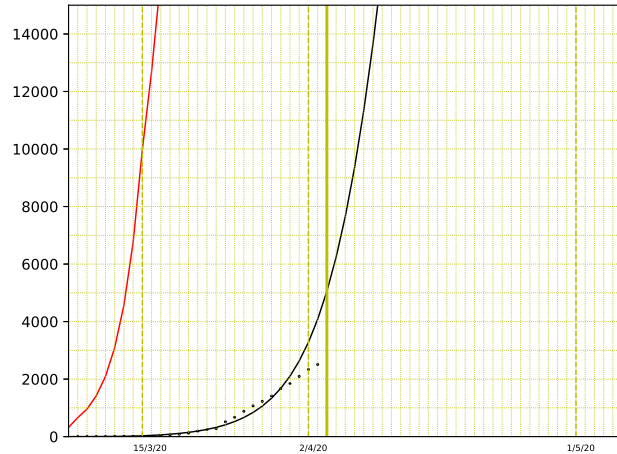
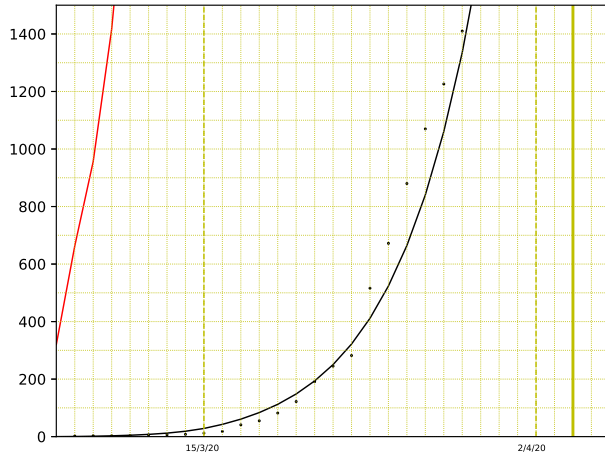
2.10. Cataluña (CT)

El número de personas en Cataluña es $N = 7,675,217$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es mayor que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 1000]$ con paso 10.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,24 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 7, \quad t_E = 2, \quad R_0 = 8,5, \quad I_0 = 320, \quad \alpha = 0,5 \quad \text{y} \quad \tau = 0,01.$$



Experimento 2

ε	Nº Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.30	139598.0	62155.027679	767413.295613	312495.627480
0.25	581.0	69166.960755	761440.527253	202477.262942

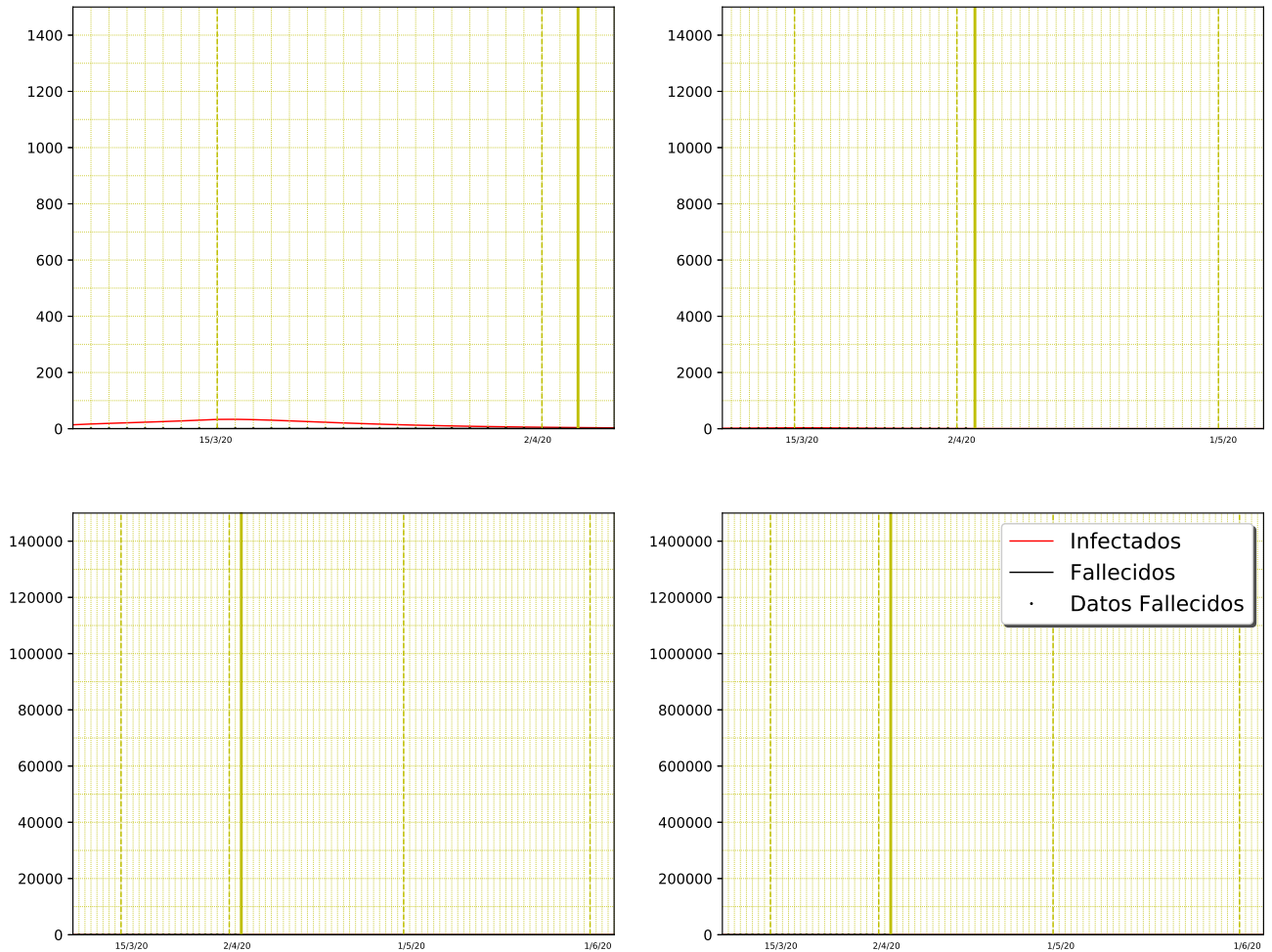
2.11. Ceuta (CE)

El número de personas en Ceuta es $N = 84,777$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es menor o igual que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 100]$ con paso 1.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,51 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 5, \quad t_E = 4, \quad R_0 = 2, \quad I_0 = 14, \quad \alpha = 0,1 \quad \text{y} \quad \tau = 0,01.$$



Experimento 2

Los errores que han sido considerados para este experimento son menores que 0,3. Como en esta ciudad autónoma no existe ningún caso con error menor que 0,3, no ponemos la tabla.

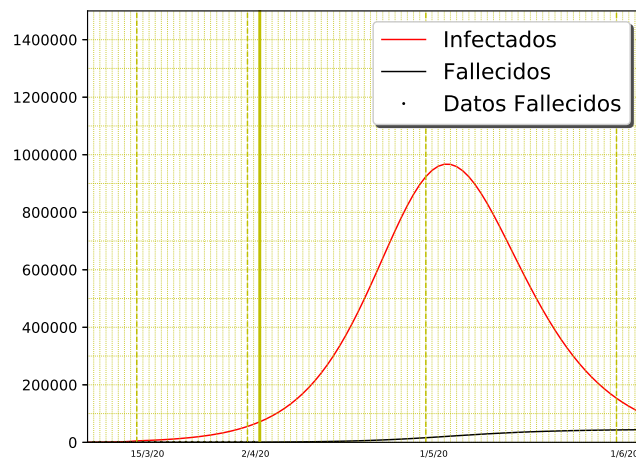
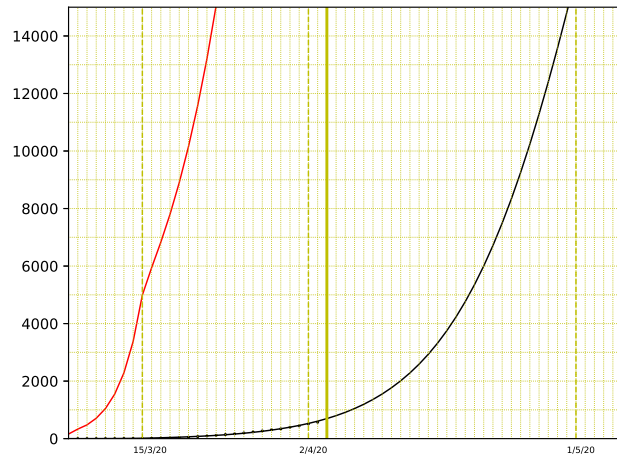
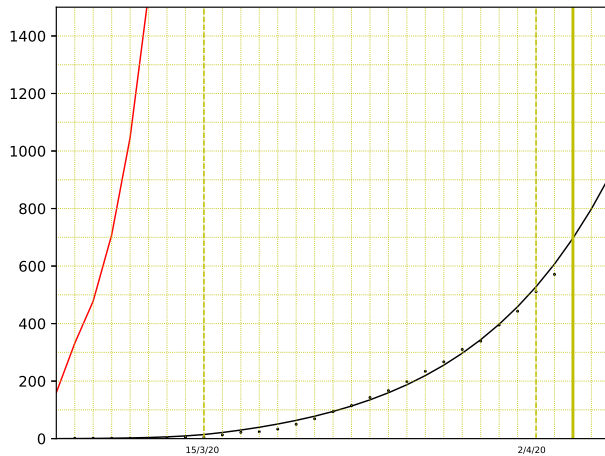
2.12. Comunidad Valenciana (VC)

El número de personas en Comunidad Valenciana es $N = 5,003,769$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es mayor que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 1000]$ con paso 10.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,13 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 7, \quad t_E = 2, \quad R_0 = 8,5, \quad I_0 = 160, \quad \alpha = 0,3 \quad \text{y} \quad \tau = 0,01.$$



Experimento 2

ε	Nº Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.30	157938.0	9408.595131	499816.644065	139982.192416
0.25	79043.0	23731.149510	498933.722495	155065.905229
0.20	25923.0	38743.260010	495688.503489	158986.132936
0.15	198.0	41556.639434	418695.957194	135558.591047

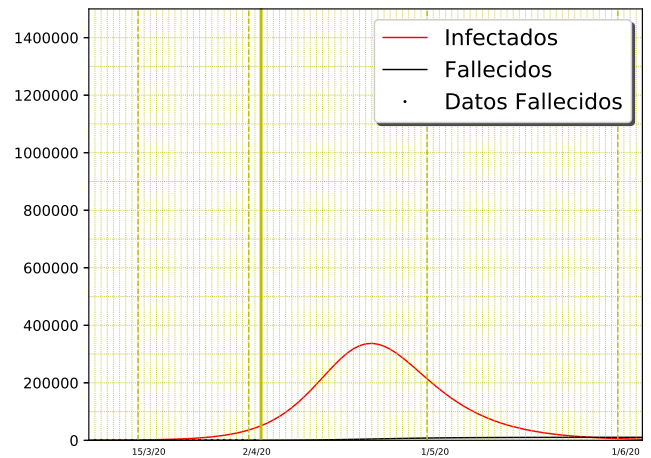
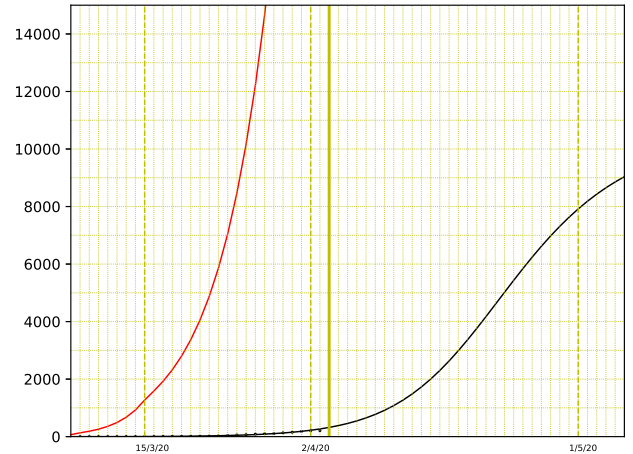
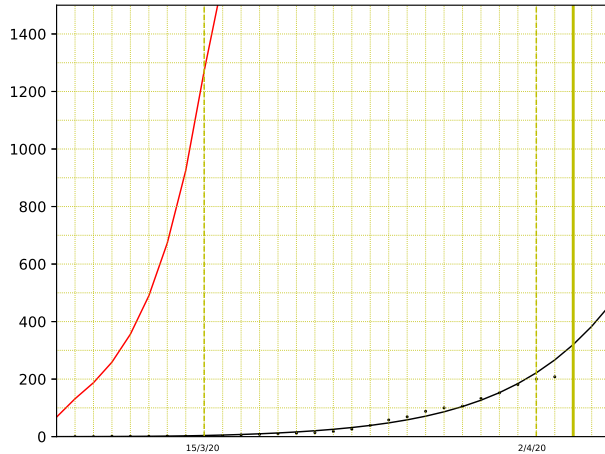
2.13. Extremadura (EX)

El número de personas en Extremadura es $N = 1,067,710$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es menor o igual que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 100]$ con paso 1.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,17 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 8, \quad t_E = 3, \quad R_0 = 8,5, \quad I_0 = 68, \quad \alpha = 0,5 \quad \text{y} \quad \tau = 0,01.$$



numérico Experimento 2

ε	Nº Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.30	220026.0	6837.750954	106748.967387	42264.663761
0.25	107595.0	8964.609209	106722.465281	40368.696777
0.20	19406.0	9809.453340	106645.231282	36428.246488

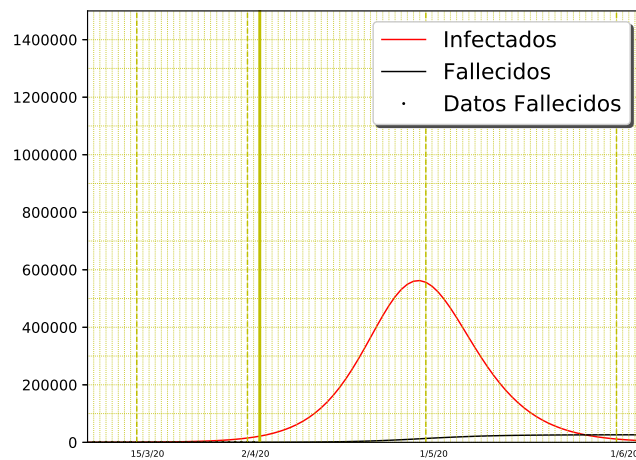
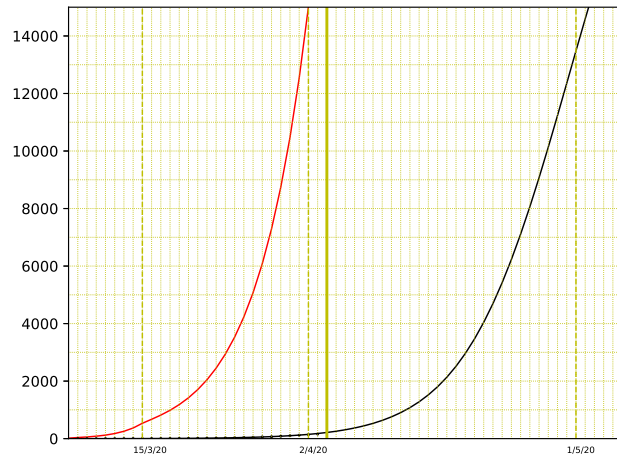
2.14. Galicia (GA)

El número de personas en Galicia es $N = 2,699,499$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es menor o igual que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 100]$ con paso 1.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,14 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 5, \quad t_E = 4, \quad R_0 = 9, \quad I_0 = 15, \quad \alpha = 0,4 \quad \text{y} \quad \tau = 0,01.$$



Experimento 2

ε	N° Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.30	141089.0	19774.341136	269806.223215	95851.119502
0.25	73332.0	22953.392751	269623.090641	95131.571635
0.20	27590.0	24543.457771	269281.480966	93121.965785
0.15	440.0	25411.294227	265834.482972	87903.435765

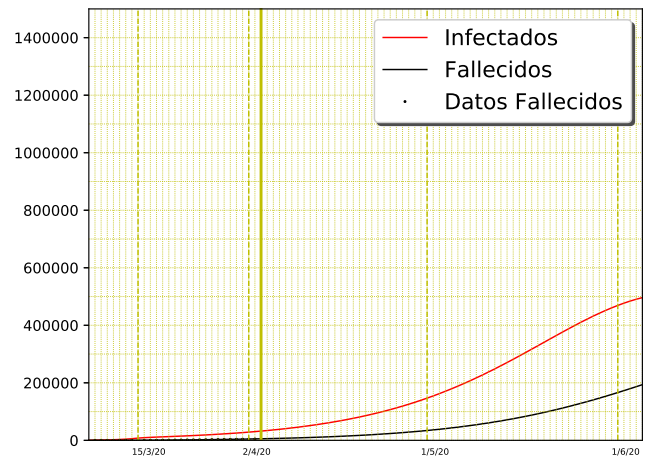
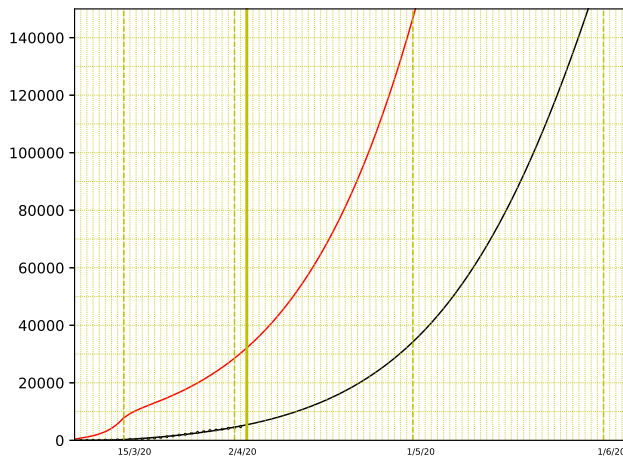
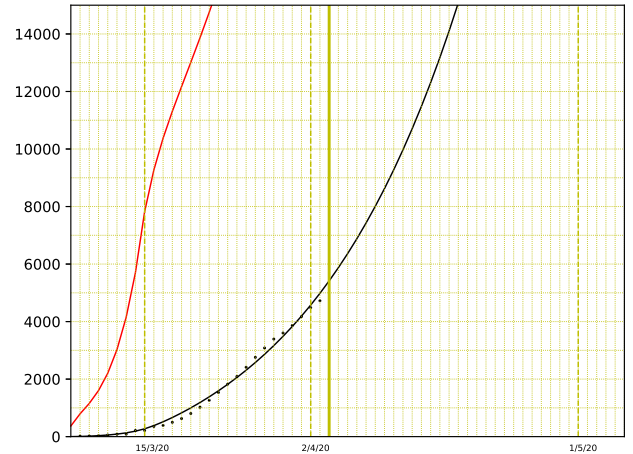
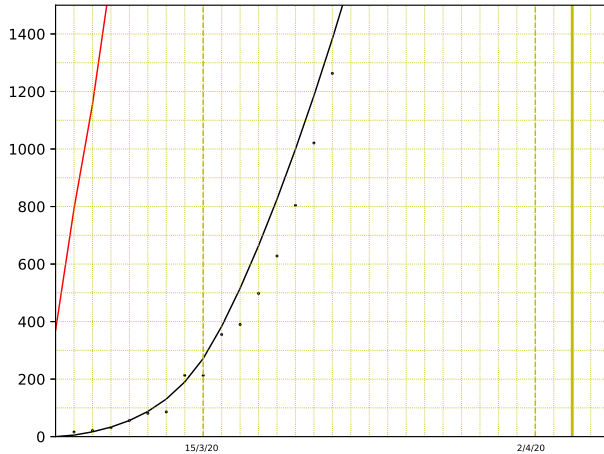
2.15. Comunidad de Madrid (MD)

El número de personas en Comunidad de Madrid es $N = 6,663,394$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es mayor que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 1000]$ con paso 10.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,08 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 7, \quad t_E = 4, \quad R_0 = 9, \quad I_0 = 370, \quad \alpha = 0,2 \quad \text{y} \quad \tau = 0,1.$$



Experimento 2

ε	Nº Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.30	609420.0	4700.937723	665573.480714	296577.055242
0.25	417046.0	6285.347517	664642.572036	306055.061778
0.20	241954.0	9661.867909	662712.207194	323656.568153
0.15	95361.0	30219.019929	652122.478190	321964.806318
0.10	4958.0	41186.688549	549438.543185	267202.220104

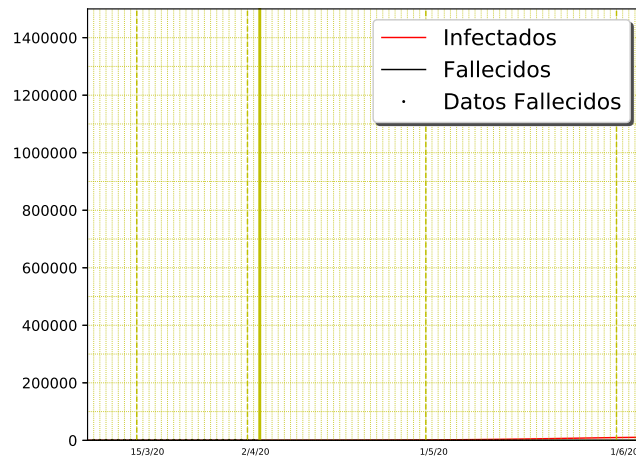
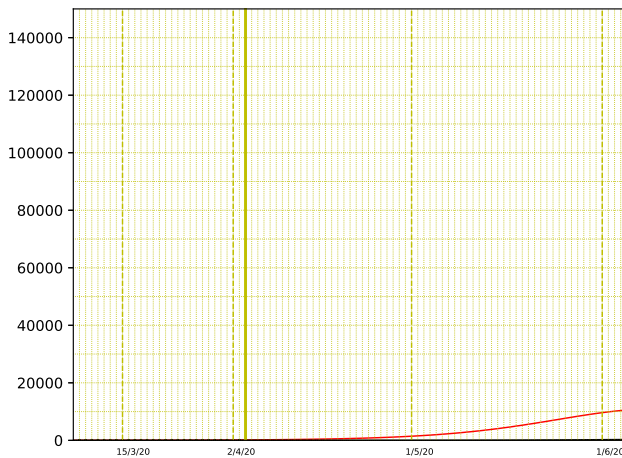
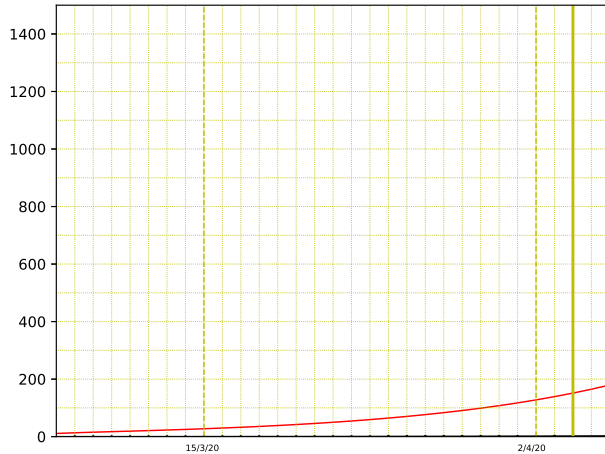
2.16. Melilla (ME)

El número de personas en Ceuta es $N = 86,487$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es menor o igual que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 100]$ con paso 1.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,5 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 7, \quad t_E = 6, \quad R_0 = 2,5, \quad I_0 = 11, \quad \alpha = 1 \quad \text{y} \quad \tau = 0,01.$$



Experimento 2

Los errores que han sido considerados para este experimento son menores que 0,3. Como en esta ciudad autónoma no existe ningún caso con error menor que 0,3, no ponemos la tabla.

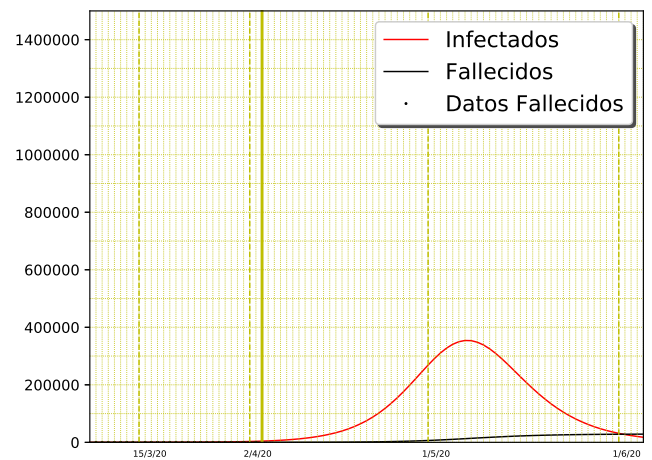
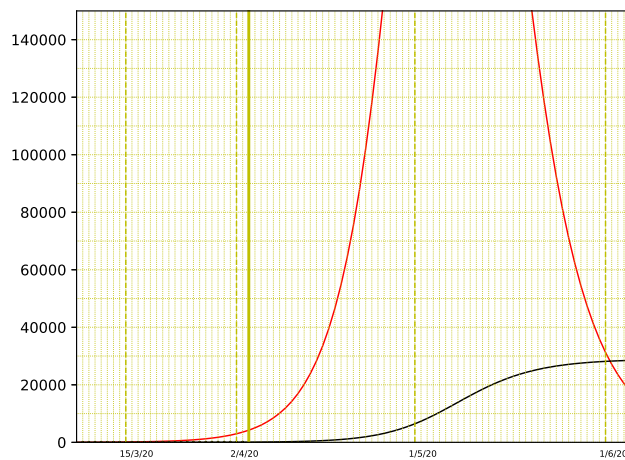
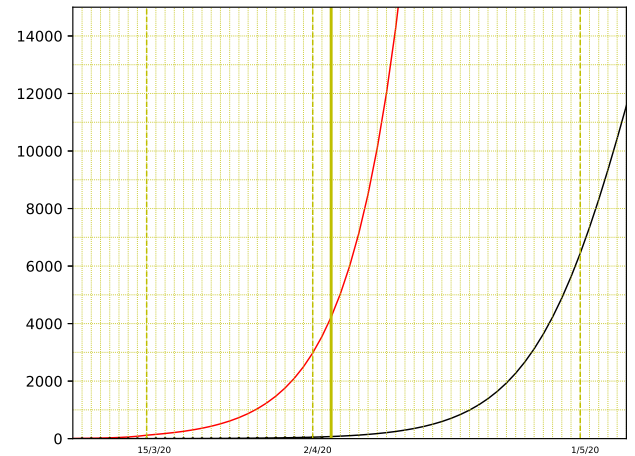
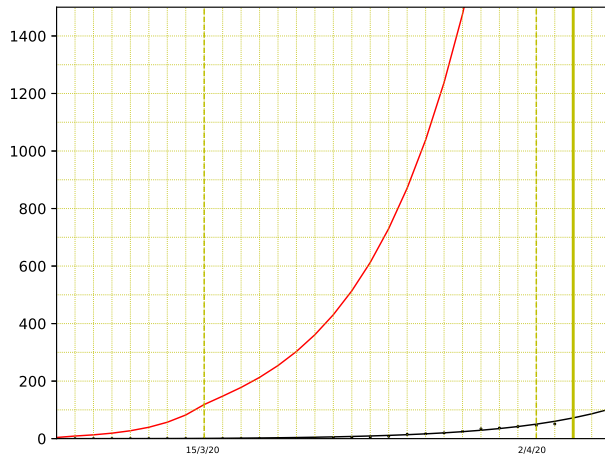
2.17. Región de Murcia (MC)

El número de personas en Región de Murcia es $N = 1,493,898$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es menor o igual que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 100]$ con paso 1.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,38 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 6, \quad t_E = 3, \quad R_0 = 8,5, \quad I_0 = 4, \quad \alpha = 0,4 \quad \text{y} \quad \tau = 0,02.$$



Experimento 2

Los errores que han sido considerados para este experimento son menores que 0,3. Como en esta comunidad no existe ningún caso con error menor que 0,3, no ponemos la tabla.

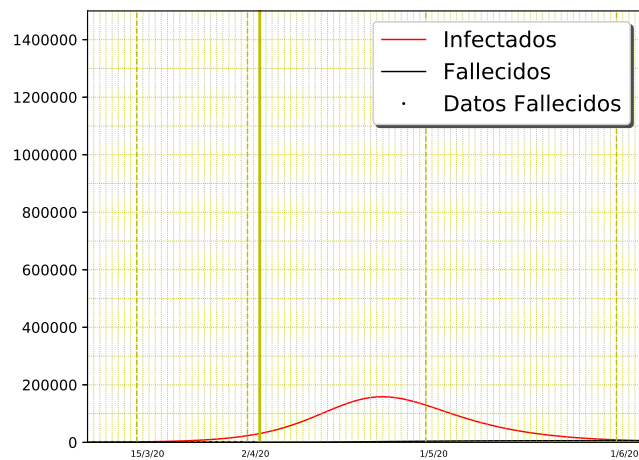
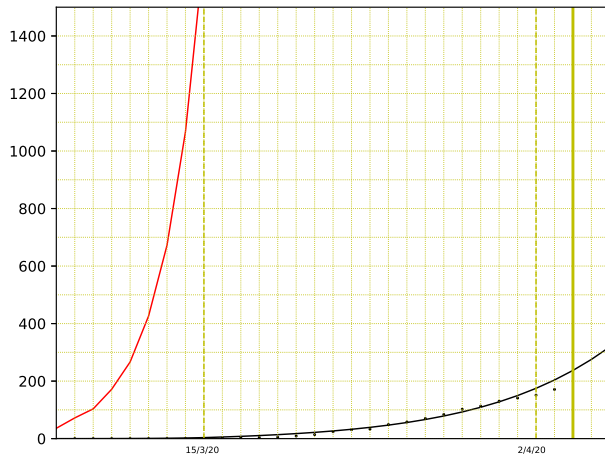
2.18. Comunidad Foral de Navarra (NC)

El número de personas en Comunidad Foral de Navarra es $N = 654,214$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es menor o igual que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 100]$ con paso 1.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,24 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 8, \quad t_E = 1, \quad R_0 = 9, \quad I_0 = 36, \quad \alpha = 0,3 \quad \text{y} \quad \tau = 0,01.$$



Experimento 2

ε	Nº Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.30	108180.0	5246.253426	65336.178204	25839.239966
0.25	85.0	6010.233899	57191.584232	13338.631161

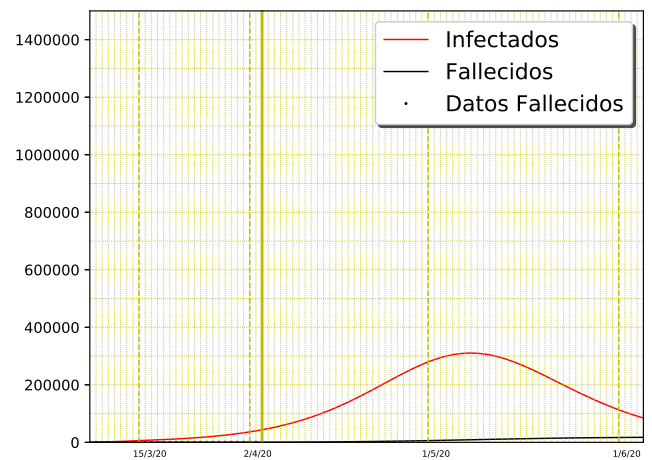
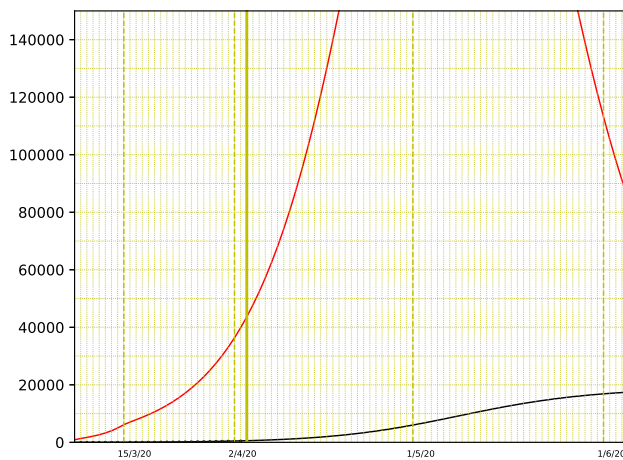
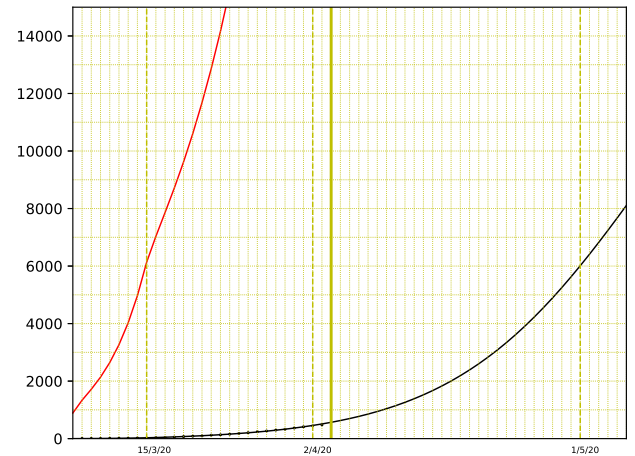
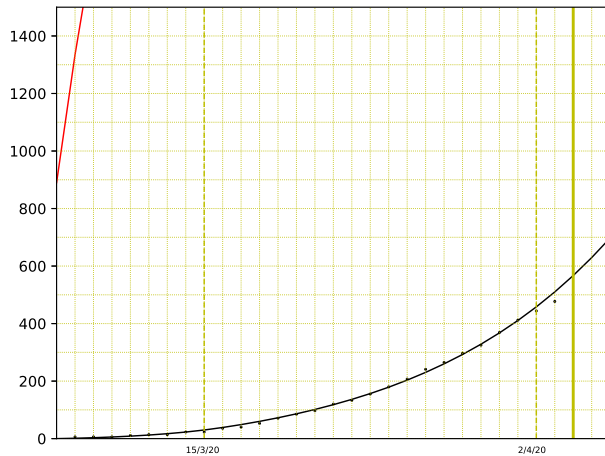
2.19. País Vasco (PV)

El número de personas en País Vasco es $N = 2,207,776$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es mayor que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 1000]$ con paso 10.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,05 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 7, \quad t_E = 3, \quad R_0 = 4,5, \quad I_0 = 890, \quad \alpha = 0,5 \quad \text{y} \quad \tau = 0,01.$$



Experimento 2

ε	Nº Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.30	434421.0	443.418020	219673.365049	36633.750400
0.25	270164.0	679.894560	218920.984439	42846.184672
0.20	148849.0	1395.300226	217546.135052	50789.267050
0.15	68001.0	5823.944919	214377.915963	58860.707753
0.10	18471.0	13523.257261	207470.590248	65216.859735

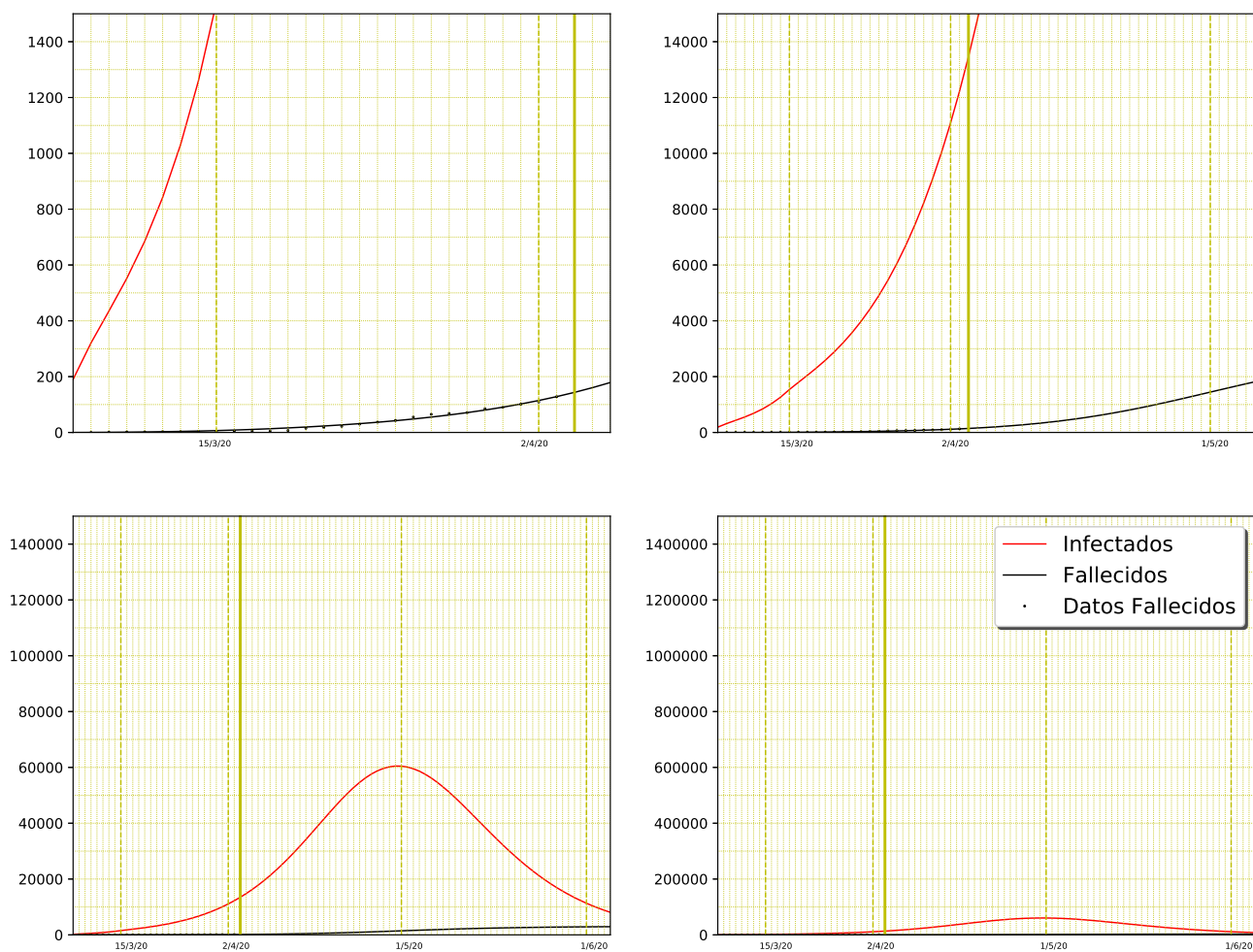
2.20. La Rioja (RI)

El número de personas en La Rioja es $N = 316,798$. Además, debido a que el número de infectados el 7 de marzo es mayor que 10 (ver [10]), consideramos $I_0 \in (0, 1000]$ con paso 10.

Experimento 1

El error mínimo conseguido es 0,14 y los parámetros que lo minimizan son:

$$t_I = 8, \quad t_E = 6, \quad R_0 = 6,5, \quad I_0 = 190, \quad \alpha = 0,5 \quad \text{y} \quad \tau = 0,01.$$



Experimento 2

ε	N° Casos	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
0.30	80072.0	195.179695	31613.892299	6788.571962
0.25	39100.0	692.694787	31540.378533	8256.281911
0.20	13573.0	1882.648835	31301.865486	9228.835061
0.15	1.0	2992.970887	2992.970887	2992.970887

3. España vs Comunidades Autónomas

Finalmente, damos una tabla global del Experimento 2 para los valores de $\varepsilon = 0,3, 0,25, 0,2$ y $0,15$. Además, añadimos una fila nueva con la suma de las comunidades y ciudades autónomas (Comunidades) con la que se puede comparar con la fila de España.

Debido a que hay algunas comunidades y ciudades autónomas que no tienen todos los valores de ε , calcularemos $F(100)$ con los valores del Experimento 1 y elegiremos este valor como el mínimo, máximo y media de fallecidos en el caso de que no tenga ε .

La tabla para los errores menores que 0,3 es:

Nombre	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
España	23380.341970	4.699759e+06	1.466945e+06
AN	8697.742976	8.401707e+05	2.059985e+05
AR	7619.813950	1.310484e+05	3.715197e+04
AS	1635.275411	1.017999e+05	2.891870e+04
IB	7157.206935	1.147662e+05	3.643661e+04
CN	3895.516367	2.121710e+05	4.866276e+04
CB	5351.197224	5.410516e+04	1.218418e+04
CM	11254.789683	2.032289e+05	7.278258e+04
CL	18044.044311	2.398797e+05	8.220508e+04
CT	62155.027679	7.674133e+05	3.124956e+05
CE	1.117182	1.117182e+00	1.117182e+00
VC	9408.595131	4.998166e+05	1.399822e+05
EX	6837.750954	1.067490e+05	4.226466e+04
GA	19774.341136	2.698062e+05	9.585112e+04
MD	4700.937723	6.655735e+05	2.965771e+05
ME	446.752080	4.467521e+02	4.467521e+02
MC	28827.820037	2.882782e+04	2.882782e+04
NC	5246.253426	6.533618e+04	2.583924e+04
PV	443.418020	2.196734e+05	3.663375e+04
RI	195.179695	3.161389e+04	6.788572e+03
Comunidades	201692.779919	4.552427e+06	1.510048e+06

La tabla para los errores menores que 0,25 es:

Nombre	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
España	109679.548212	4.697640e+06	1.632180e+06
AN	28425.143991	8.384659e+05	2.398984e+05
AR	10394.325961	1.308654e+05	4.092813e+04
AS	5463.566054	9.825631e+04	2.815475e+04
IB	9812.421177	1.145293e+05	3.785709e+04
CN	9820.186170	2.102228e+05	5.639751e+04
CB	5681.988003	5.681988e+03	5.681988e+03
CM	14261.576073	2.031156e+05	7.150086e+04
CL	20330.537459	2.397557e+05	8.086237e+04
CT	69166.960755	7.614405e+05	2.024773e+05
CE	1.117182	1.117182e+00	1.117182e+00
VC	23731.149510	4.989337e+05	1.550659e+05
EX	8964.609209	1.067225e+05	4.036870e+04
GA	22953.392751	2.696231e+05	9.513157e+04
MD	6285.347517	6.646426e+05	3.060551e+05
ME	446.752080	4.467521e+02	4.467521e+02
MC	28827.820037	2.882782e+04	2.882782e+04
NC	6010.233899	5.719158e+04	1.333863e+04
PV	679.894560	2.189210e+05	4.284618e+04
RI	692.694787	3.154038e+04	8.256282e+03
Comunidades	271949.717175	4.479184e+06	1.454096e+06

La tabla para los errores menores que 0,2 es:

Nombre	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
España	237154.432831	4.690182e+06	1.723250e+06
AN	60313.686073	8.317371e+05	2.590596e+05
AR	11492.321922	1.302990e+05	4.336320e+04
AS	58887.033107	5.888703e+04	5.888703e+04
IB	10467.055522	1.135196e+05	3.780956e+04
CN	18102.931081	1.967630e+05	5.030295e+04
CB	5681.988003	5.681988e+03	5.681988e+03
CM	17323.007447	1.974942e+05	5.619868e+04
CL	22057.829388	2.385549e+05	6.555653e+04
CT	75913.881557	7.591388e+04	7.591388e+04
CE	1.117182	1.117182e+00	1.117182e+00
VC	38743.260010	4.956885e+05	1.589861e+05
EX	9809.453340	1.066452e+05	3.642825e+04
GA	24543.457771	2.692815e+05	9.312197e+04
MD	9661.867909	6.627122e+05	3.236566e+05
ME	446.752080	4.467521e+02	4.467521e+02
MC	28827.820037	2.882782e+04	2.882782e+04
NC	6011.392677	6.011393e+03	6.011393e+03
PV	1395.300226	2.175461e+05	5.078927e+04
RI	1882.648835	3.130187e+04	9.228835e+03
Comunidades	401562.804166	3.667313e+06	1.360272e+06

La tabla para los errores menores que 0,15 es:

Nombre	Mínimo Fallecidos	Máximo Fallecidos	Media Fallecidos
España	313586.172455	4.664876e+06	1.578013e+06
AN	71709.399133	7.179055e+05	2.471413e+05
AR	12416.253457	1.275635e+05	5.032054e+04
AS	58887.033107	5.888703e+04	5.888703e+04
IB	11225.251730	1.122525e+04	1.122525e+04
CN	20604.428111	2.060443e+04	2.060443e+04
CB	5681.988003	5.681988e+03	5.681988e+03
CM	18717.501826	1.871750e+04	1.871750e+04
CL	23397.434790	2.339743e+04	2.339743e+04
CT	75913.881557	7.591388e+04	7.591388e+04
CE	1.117182	1.117182e+00	1.117182e+00
VC	41556.639434	4.186960e+05	1.355586e+05
EX	10541.372763	1.054137e+04	1.054137e+04
GA	25411.294227	2.658345e+05	8.790344e+04
MD	30219.019929	6.521225e+05	3.219648e+05
ME	446.752080	4.467521e+02	4.467521e+02
MC	28827.820037	2.882782e+04	2.882782e+04
NC	6011.392677	6.011393e+03	6.011393e+03
PV	5823.944919	2.143779e+05	5.886071e+04
RI	2992.970887	2.992971e+03	2.992971e+03
Comunidades	450385.495847	2.659749e+06	1.164998e+06

Referencias

- [1] ALEJA, D., CRIADO, R., & ROMANCE, M. ,“Predicción de la evolución de la epidemia de Covid-19’ usando un Modelo SEIR” (2020).
- [2] DIEKMANN, O., HEESTERBEEK, H., & BRITTON, T. ,“Mathematical tools for understanding infectious disease dynamics” (Vol. 7). Princeton University Press (2012).
- [3] GANDHI, K.R.R., & CASELLA, F. , “Non-Pharmaceutical Interventions (NPIs) to Reduce COVID-19 Mortality”. Available at SSRN 3560688 (2020).
- [4] GUTIÉRREZ, J.M. & VARONA, J.L., “Análisis de la posible evolución de la epidemia de coronavirus COVID-19 por medio de un modelo SEIR”, disponible en <https://belenus.unirioja.es/jvarona/coronavirus/SEIR-coronavirus.pdf> (2020).
- [5] HETHCOTE, H. W., “The mathematics of infectious diseases”, *SIAM Review*, 42(4), 599-653 (2000).
- [6] KEELING, M. J., & ROHANI, P. , “Modeling infectious diseases in humans and animals”. Princeton University Press (2011).
- [7] KERMACK, W. O., & MCKENDRICK, A. G., “A contribution to the mathematical theory of epidemics”. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, 115(772), 700-721 (1927).
- [8] KUCHARSKI, A. J., RUSSELL, ET. AL., “Early dynamics of transmission and control of COVID-19: a mathematical modelling study”. *The Lancet Infectious Diseases* (2020).
- [9] LIU, Y., GAYLE, A. A., WILDER-SMITH, A., & ROCKLOV, J., “The reproductive number of COVID-19 is higher compared to SARS coronavirus”. *Journal of travel medicine* (2020).
- [10] Datos Oficiales del Gobierno de España sobre la propagación del Covid-19 proporcionados por el Instituto de Salud Carlos III (ISCIII), actualizados diariamente en el enlace https://covid19.isciii.es/resources/serie_historica_acumulados.csv.